

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«30» апреля 2025 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины
Олимпиадные задачи по математике

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

(шифр, название направления)

Направленность (профиль):

«Общий профиль: прикладная математика и информатика»

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

очная

Год начала подготовки - **2023**

Карачаевск, 2025

Программу составила:

старший преподаватель кафедры алгебры и геометрии З. Х. Боташева

Рецензенты: доцент кафедры алгебры и геометрии Х. А. Гербеков

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9, основной профессиональной образовательной программой высшего образования и учебным планом по направлению подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика", профиль: «Прикладная математика и информатика (общий профиль)».

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2025-2026 учебный год, протокол **№ 8 от 10 апреля 2025г.**

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий)	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	6
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	7
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	9
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций	9
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания	10
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	10
7.3.1. Перечень вопросов для экзамена.....	10
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций.....	11
7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ	11
8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	15
8.1. Основная литература:	15
8.2. Дополнительная литература	16
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	17
9.1. Общесистемные требования	17
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	18
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	18
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	18
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья	18
11. Лист регистрации изменений	19

1. Наименование дисциплины (модуля)

Олимпиадные задачи по математике

Целью изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний в области решения олимпиадных задач по математике; теоретическое освоение обучающимися специальных разделов математики, необходимых для понимания роли математики в профессиональной деятельности, формирования культуры продуктивного мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; освоение основных методов математики, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

Для достижения цели ставятся задачи:

- получить представление о роли олимпиадных задач по математике в профессиональной деятельности;
- сформировать умения решать основные типы олимпиадных задач по математике.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к Блоку 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 курсе в 6 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП	
Индекс	Б1.В.ДВ.04.03
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по элементарной математике в объеме программы средней школы, а также по линейной алгебре, общей алгебре, математическому анализу и аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистике, математической логике, а также теории чисел.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина (модуль) "Олимпиадные задачи по математике" является базой для успешного освоения дисциплин профессионального цикла и практик, формирующих компетенции УК-1, ПК-2.	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОП ВО бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОПВО	Индикаторы достижения компетенций

УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации</p> <p>УК-1.3. Владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом научного поиска, опытом библиографического поиска</p> <p>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы</p> <p>ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач</p> <p>ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач</p>

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 2 ЗЕТ, 72 академических часа.

Объём дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	72	Не предусмотрена
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		
Аудиторная работа (всего):	36	-
лекции	18	-
семинары, практические занятия		
практикумы		
лабораторные работы	18	-
Внеаудиторная работа:		
курсовые работы		

консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	36	-
Контроль самостоятельной работы	-	-
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	экзамен б семестр	-

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий)

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы

№ п/п	Курс/ се- мestr	Раздел, тема дисциплины	Общая трудо- ем- кость (в ча- сах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и тру- доемкость (в часах)			Сам. работа
				все- го	Аудиторные уч. занятия		
			72	18	-	18	36
	3/6	Раздел 1. Введение	20	8	-	6	6
1	3/6	История международных и российских математических олимпиад	4	2	-	-	2
2	3/6	Свойства делимости целых чисел. Признаки делимости	4	2		2	2
3	3/6	Задачи на делимость и неопределенные уравнения. Диофантовы уравнения и системы	6	2	-	2	2
4	3/6	Метод математической индукции, его роль в математике. Применение математической индукции при решении олимпиадных задач по математике	6	2	-	2	2
	3/6	Раздел 2. Задачи школьных олимпиад по математике	20	2	-	6	10
5	3/6	Принцип Дирихле. Логические задачи	4	-	-	2	2
6	3/6	Методы решения задач школьных олимпиад	6	2	-	2	2

7	3/6	Повторение свойств геометрических фигур. Применение свойств геометрических фигур при решении задач олимпиадного характера	2	-	-	-	2
8	3/6	Решение задач всероссийских школьных олимпиад	8	-	-	2	4
	3/6	Раздел 3. Задачи студенческих олимпиад по математике	22	6	-	4	12
9	3/6	Метод рекуррентных соотношений при решении олимпиадных задач	4	2	-	-	2
10	3/6	Задачи студенческих олимпиад и методы их решения. Применение свойств функций	8	2	-	4	2
11	3/6	Введение в комбинаторику. Модели в комбинаторике. Бином Ньютона и другие комбинаторные формулы. Применение комбинаторики при решении задач на вероятность	6	2	-	-	4
12	3/6	Задачи вузовских Интернет - олимпиад по математике	4	-	-	-	4
	3/6	Раздел 4. Решение сложных задач ЕГЭ по математике	10	2		2	6
13	3/6	Решение задач олимпиадного характера на ЕГЭ	6	-	-	2	4
14	3/6	Решение геометрических задач класса С профильного ЕГЭ по математике	4	2	-	-	2
ВСЕГО			72	18	-	18	36
Итоговая форма контроля: экзамен							

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лекционные занятия. Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентированной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей про-

граммой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Практические занятия. Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического заня-

тия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов)
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает в полном объеме принципы сбора, отбора и обобщения информации	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	УК-1.1. Частично знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	УК-1.1. Не знает принципы сбора, отбора и обобщения информации
	УК-1.2. В полном объеме умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности	УК-1.2. Частично умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности	УК-1.2. Не умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности
	УК-1.3. В полном объеме владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом	УК-1.3. Владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом	УК-1.3. Фрагментарно владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом	УК-1.3. Не владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом

	Интернет, опытом научного поиска, опытом библиографического поиска	научного поиска, опытом библиографического поиска	Интернет, опытом научного поиска, опытом библиографического поиска	научного поиска, опытом библиографического поиска
ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. В полном объеме знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы	ПК-2.1. Фрагментарно знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы	ПК-2.1. Не знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы
	ПК-2.2. В полном объеме умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач	ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач	ПК-2.2. Частично умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач	ПК-2.2. Не умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач
	ПК-2.3. В полном объеме владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач	ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач	ПК-2.3. Частично владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач.	ПК-2.3. Не владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Перечень вопросов для экзамена

1. Об истории международных математических олимпиад
2. Об истории всероссийских математических олимпиад
3. Метод математической индукции
4. Принцип Дирихле
5. Бином Ньютона и полиномиальная формула
6. Метод рекуррентных соотношений
7. Метод производящих функций
8. Метод включения и исключения

- 9. Метод траекторий**
- 10. Метод геометрических мест точек. Простейшие геометрические места точек**
- 11. Диофантовы уравнения на школьных олимпиадах**
- 12. Системы диофантовых уравнений на школьных олимпиадах**
- 13. Правил сложения и умножения в комбинаторике**
- 14. Простейшие модели в комбинаторике: сочетания, размещения**
- 15. Сочетания и размещения с повторениями**
- 16. Замечательные неравенства, используемые при решении олимпиадных задач**
- 17. Признак делимости на 7 и его доказательство**
- 18. Признак делимости на 11 и его доказательство**
- 19. Признак делимости на 8 и его доказательство**
- 20. Признак делимости на 25 и его доказательство**
- 21. Признак делимости на 4 и его доказательство**
- 22. Некоторые свойства функций, используемые при решении олимпиадных задач**
- 23. Методы решения логических задач**

**Критерии оценки ответа на экзамене по дисциплине
«Олимпиадные задачи по математике»:**

- ✓ 5 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Логически корректное и убедительное изложение ответа на теоретический вопрос. Правильное решение задачи в билете.
- ✓ 4 - балла - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа. Ошибка незначительная при решении задачи в билете.
- ✓ 3 балла – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.
- ✓ 2 балла – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ

Типовые темы к письменным работам, докладам и выступлениям:

1. История международных и российских математических олимпиад

Критерии оценки доклада, сообщения, реферата:

Отметка «отлично» за письменную работу, реферат, сообщение ставится, если изложенный в докладе материал:

- отличается глубиной и содержательностью, соответствует заявленной теме;
- четко структурирован, с выделением основных моментов;
- сделана качественная презентация;
- доклад сделан кратко, четко, с выделением основных данных;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы.

Отметка «хорошо» ставится, если изложенный в докладе материал:

- характеризуется достаточным содержательным уровнем, но отличается недостаточной структурированностью;
- доклад длинный, не вполне четкий;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы только после наводящих вопросов, или не на все вопросы.

Отметка «удовлетворительно» ставится, если изложенный в докладе материал:

- недостаточно раскрыт, носит фрагментарный характер, слабо структурирован;
- докладчик слабо ориентируется в излагаемом материале;
- на вопросы по теме доклада не были получены ответы или они не были правильными.

Отметка «неудовлетворительно» ставится, если:

- доклад не сделан;
- докладчик не ориентируется в излагаемом материале;
- на вопросы по выполненной работе не были получены ответы или они не были правильными.

Тематика лабораторных занятий

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

ЗАДАНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

РАБОТА №1. Свойства делимости целых чисел. Признаки делимости

1. Найдите все 4-значные числа, кратные 22, произведение цифр которых равны 24.
2. Найдите все 3-значные числа, сумма цифр которых равна 25, если известно, что квадрат такого числа делится на 16.
3. Приведите пример 3-значного натурального числа, которое при делении на 3, на 5 и на 7 дает в остатке 2 и в записи которого есть только две различные цифры. Сколько таких чисел?
4. Найдите наименьшее трехзначное натуральное число, которое при делении на 6 и на 11 дает равные ненулевые остатки и у которого средняя цифра является средним арифметическим двух крайних цифр.
5. Три различных натуральных числа являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.
6. А) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{3}{2}$?
Б) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{5}{4}$?

С) Какое наименьшее значение может принимать? Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{3}{2}$?

РАБОТА №2. Задачи на делимость и неопределенные уравнения. Диофантовы уравнения и системы

1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + 4y^2 = 24 \\ 4x^2 + 8y^2 = 24x \end{cases}$.

2. Решить уравнение

$$x^4 = (3x - 10)^2 .$$

3. Решить уравнение

$$x^4 = (x - 6)^2 .$$

4. Решить уравнение

$$(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 6x - 7)^2 = 0 .$$

Работа №3 . Метод полной математической индукции

1. Доказать, что при любом натуральном n число $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ делится на 133.

2. Доказать, что для любого натурального $n > 1$ справедливо неравенство:

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$$

Работа №4. Принцип Дирихле. Логические задачи

1. В корзине лежит 45 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 23 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 24 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?
2. Скупой рыцарь хранит золотые монеты в шести сундуках. Однажды, пересчитывая их, он заметил, что если открыть любые два сундука, то можно разложить лежащие в них монеты поровну в эти два сундука. Еще он заметил, что если открыть любые 3, 4 или 5 сундуков, то тоже можно переложить лежащие в них монеты таким образом, что во всех открытых сундуках станет поровну монет. Тут ему почудился стук в дверь, и старый скряга так и не узнал, можно ли разложить все монеты поровну по всем шести сундукам. Можно ли, не заглядывая в заветные сундуки, дать точный ответ на этот вопрос?
3. Скупой рыцарь хранит золотые монеты в восьми сундуках. Однажды, пересчитывая их, он заметил, что если открыть любые два сундука, то можно разложить лежащие в них монеты поровну в эти два сундука. Еще он заметил, что если открыть любые 3, 4, 5, 6 или 7 сундуков, то тоже можно переложить лежащие в них монеты таким образом, что во всех открытых сундуках станет поровну монет. Тут ему почудился стук в дверь, и старый скряга так и не узнал, можно ли разложить все монеты поровну по всем шести восьми сундукам. Можно ли, не заглядывая в заветные сундуки, дать точный ответ на этот вопрос?

РАБОТА №5. ЗАДАЧИ ШКОЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД

1. Построить график функции

$y = \frac{(0,75x^2 + 1,5x)|x|}{x+2}$ и определить, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком функции ни одной общей точки.

2. Построить график функции

$y = x^2 - 11x - 2|x - 5| + 30$ и определить, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно три общие точки.

РАБОТА №6. ЗАДАЧИ СТУДЕНЧЕСКИХ ОЛИМПИАД

1. Два человека, живущие в соседних селениях, договорились встретиться во время вечерней прогулки точно посередине пути между этими селениями. Они вышли из своих селений одновременно. Первый человек половину времени до места встречи шел со скоростью v_1 км/ч, а вторую – со скоростью v_2 км/ч ($v_1 \neq v_2$). Второй человек шел первую половину пути со скоростью v_1 км/ч, а вторую – со скоростью v_2 км/ч. Который из них пришел к месту встречи раньше?

2. Ответ: первый человек придет раньше.

3. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln x} \left(x^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$.

4. Ответ: 1.

5. Решите уравнение: $\sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{2}} + \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - x^2}}{2}} = \sqrt{1 + x}$.

6. Ответ: $x \in [0;1]$.

7. Известно, что $x^2 + x^{-2}$ и $x^3 + x^{-3}$ – целые числа. Докажите, что $x + x^{-1}$ – тоже целое число.

РАБОТА №7. ЗАДАЧИ СТУДЕНЧЕСКИХ ИНТЕРНЕТ ОЛИМПИАД

1. Непрерывная действительная функция $f(x)$ удовлетворяет условию: $f(2x) = 3f(x)$

при всех x . Известно, что $\int_0^1 f(x)dx = 1$. Найдите $\int_1^2 f(x)dx$.

Ответ: 5.

2. Президент акционерного общества сообщил на собрании акционеров, что на протяжении любых четырех последовательных месяцев отчетного периода (состоящего из целого числа месяцев) доходы общества превышали расходы. В налоговую инспекцию он доложил, что на протяжении любых трех месяцев того же периода расходы превышали доходы. Известно, что президент никогда не врет. Какова могла быть максимальная длительность отчетного периода?

Ответ: 5 месяцев.

3. Существует ли такое натуральное число n , что трехмерный шар диаметра 10 можно поместить в n -мерный единичный куб?

Ответ: существует, например $n=300$.

Работа № 8. Олимпиадные задачи ЕГЭ

1. На доске написано более 45, но менее 63 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 18, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -9.
 - А) Сколько чисел написано на доске?
 - Б) каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
 - С) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?
2. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 5292.
 - А) Может ли последовательность состоять из двух членов?
 - Б) Может ли последовательность состоять из трех членов?
 - С) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб:СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/940734> – Режим доступа: по подписке.
2. Деркач, М. И. Математические олимпиады студентов технических вузов : учебное пособие / М. И. Деркач, Ю. Е. Обжерин. — Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2020. — 112 с. - ISBN 978-5-9558-0521-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1048328> – Режим доступа: по подписке.
3. Ежов И. И. , Скороход А. В., Ядренко М. И. Элементы комбинаторики. - М.: Наука, 1977. https://www.studmed.ru/ezhov-ii-skorohod-av-yadrenko-mi-elementy-kombinatoriki_074ed260b2a.html
4. Иванов, М. А. Введение в комбинаторику. Теория и задачи: Учебное пособие / Иванов М.А., Якубович Ю.В. - СПб:СПбГУ, 2018. - 136 с.: ISBN 978-5-288-05792-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1000461> – Режим доступа: по подписке.

5. Кожухов, С. Ф. Алгебраические задачи повышенной сложности для подготовки к ЕГЭ и олимпиадам : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертов. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 259 с. - ISBN 978-5-00101-922-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1841059> – Режим доступа: по подписке.
6. Маскина, М. С. Диофантовы уравнения : монография / М. С. Маскина, С. А. Моисеев. - Рязань : Академия ФСИН России, 2019. - 235 с. - ISBN 978-5-7743-0943-6. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1249406> – Режим доступа: по подписке.
7. Скафа, Е. И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е. И. Скафа. - Москва : Директ-Медиа, 2022. - 441 с. - ISBN 978-5-4499-3405-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2145799> – Режим доступа: по подписке.
8. Школьные олимпиады СПбГУ. Математика 2019 : учебно-методическое пособие. - Санкт-Петербург : СПбГУ, 2019. - 146 с. - ISBN 978-5-288-05949-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1243892> – Режим доступа: по подписке.

8.2. Дополнительная литература

1. Абдрахманов, В. Г. Сборник подробных решений 18-й и 19-й задач ЕГЭ по математике (2019, 2020) : учебное пособие для абитуриентов / В. Г. Абдрахманов. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 202 с. - ISBN 978-5-9765-4489-5. - Текст : электронный. - URL:<https://znanium.com/catalog/product/1859891> – Режим доступа: по подписке.
2. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. – М.: Издательство «Национальное образование», 2019. - 256 с. <https://www.psyoffice.ru/16052-pod.-red.-jashhenko-i.v.-egje-2019.-matematika.html>
3. Математика в примерах и задачах: учебное пособие / О. М. Дегтярева, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.]. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 372 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011256-5. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1077632> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.
4. Рожков В. И. Курдеванидзе Г. Д., Панфилов Н. Г. Сборник задач математических олимпиад. - М.: Изд-во Университета дружбы народов, 1987 http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/MOROZOVA_Elena_Aleksandrovna_Morozova_E.A.html
5. Садовничий В А., Подколзин А. С.Задачи студенческих олимпиад по математике. - М.: Дрофа, 2003 https://www.studmed.ru/sadovnichiy-va-podkolzin-as-zadachi-studencheskih-olimpiad-po-matematike_1d79c8f878c.html
6. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Г. А. Сикорская. — Оренбург : ОГУ, 2017. — 303 с. — ISBN 978-5-7410-1975-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/110642> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: https://znanium.com	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.comОбзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащенности аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащенности образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
 - Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
 - ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
 - CalculateLinux (внесён в ЕРРП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
 - Google G Suite for Education (IC: 0111p5u8), бессрочная
 - Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.
 - Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г.
- Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОП	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОП
<p>Переутверждена ОП ВО. Обновлены: учебный план, календарный учебный план, РПД, РПП, программы ГИА, воспитания календарный план воспитательной работы.</p> <p>Обновлены договоры:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. На антивирус Касперского. (Договор №56/2023 от 25 января 2023г.). Действует до 03.03.2025г. 2. Договор №915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г. Действует до 15.05.2024г. 3. Договор №36 от 14.03.2024г эбс «Лань». Действует по 19.01.2025г. 4. Договор №238 ЭБС ООО «Знаниум» от 23.04.2024г. Действует до 11 мая 2025г. 	23.05.2024г. протокол №10	29.05.2024г. протокол №8
<p>Переутверждена ОПВО. Обновлены: учебный план, календарный учебный график, РПД, РПП, программы ГИА, воспитания, календарный план воспитательной работы.</p> <p>Обновлены договоры:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. На антивирус Касперского. (Договор №56/2023 от 25 января 2023г.). Действует до 03.03.2025г. 2. На антивирус Касперского. (Договор № 0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Действует по 07.03.2027г. 3. Договор № 10 от 11.02.2025г. эбс «Лань». Действует по 11.02.2026г. 4. Договор № 238 эбс ООО «Знаниум» от 23.04.2024г. Действует до 11 мая 2025г. <p>Договор № 249-эбс ООО «Знаниум» от 14.05.2025г. Действует до 14.05.2026г.</p>	29.04.2025г., протокол № 8	30.04.2025г., протокол № 8